

ŽUPANIJSKO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
15. ožujka 2010.

7. razred-osnovna škola

1. Za tri broja a , b i c vrijede razmjeri $a : b = 7 : 3$ i $b : c = 5 : 2$. Koliko će biti $(a - b) : (b + c)$?
2. Trgovina sportske opreme prodaje tenisice koje nabavlja od proizvođača. Zarada trgovine po prodanim tenisicama iznosi 20% njihove nabavne cijene. Kada bi trgovina tenisice nabavljala po 20% nižoj nabavnoj cijeni, a prodavala sa zaradom od 40% nabavne cijene, prodajna cijena tenisica bila bi 30 kn manja. Kolika je prodajna cijena tenisica?
3. Koliko parova troznamenkastih prirodnih brojeva (x, y) zadovoljava uvjet $15x + 3y = 2010$.
4. Koliko stranica ima konveksan mnogokut kojemu je zbroj veličina svih unutarnjih kutova i jednog vanjskog kuta jednak 2010° ?
5. Duljine stranica \overline{AB} i \overline{BC} pravokutnika ABCD su redom 5cm i 3cm. Presjek pravca koji sadrži točke B i C i simetrale kuta $\sphericalangle BAD$ je točka M, a presjek pravca koji sadrži točke A i D i simetrale kuta $\sphericalangle BCD$ je točka N. Izračunaj površinu četverokuta ANCM.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
15. ožujka 2010.

7. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $a = \frac{7}{3}b$, $b = \frac{5}{2}c$ 2 BODA

$$a = \frac{7}{3}b = \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{2}c = \frac{35}{6}c$$

3 BODA

$$(a - b) : (b + c) = \left(\frac{35}{6}c - \frac{5}{2}c \right) : \left(\frac{5}{2}c + c \right) = \left(\frac{10}{3}c \right) : \left(\frac{7}{2}c \right) = 20 : 21$$

5 BODOVA

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Neka je x nabavna cijena tenisica, izražena u kunama. Budući da je zarada 20%, tj. $0.2x$, slijedi da je prodajna cijena $1.2x$ kn. 1 BOD
Nabavna cijena 20% niža od trenutne bila bi $0.8x$. 1 BOD
Tada bi zarada od 40% na tu nabavnu cijenu bila $0.8x \cdot 0.4 = 0.32x$ kn, 1 BOD
a to znači da bi prodajna cijena uz navedene uvjete bila $0.8x + 0.32x = 1.12x$ kn.

2 BODA

Budući da bi uz navedene uvjete prodajna cijena tenisica bila 30 kn manja, vrijedi
jednadžba $1.12x = 1.2x - 30$. 2 BODA

Rješenje navedene jednadžbe je $x = 375$ kn. 1 BOD

Prema tome, prodajna cijena tenisica je $375 + 20\%(375) = 375 + 75 = 450$ kn.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Zadanu jednadžbu $15x + 3y = 2010$ možemo pisati u obliku $5x + y = 670$. 1 BOD

Tada je $y = 670 - 5x$, pri čemu je $100 \leq x < 1000$ i $100 \leq y < 1000$, 2 BODA

tj. $100 \leq x < 1000$ i $100 \leq 670 - 5x < 1000$. 2 BODA

Iz drugog uvjeta dobivamo da je $-570 \leq -5x < 330$, tj. $114 \geq x > 66$. 2 BODA

Zbog prvog uvjeta zaključujemo da je $100 \leq x \leq 114$. 1 BOD

Prema tome, postoji točno 15 parova troznamenkastih prirodnih brojeva ((100, 170), (101, 165), (102, 160), ... , (113, 105) i (114, 100)) koji zadovoljavaju postavljeni zahtjev. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. S x označimo broj stranica mnogokuta, a vanjski kut s γ . Tada možemo pisati:
 $(x-2) \cdot 180^\circ + \gamma = 2010^\circ$ 3 BODA

odnosno $180x - 360 + \gamma = 2010^\circ$ 1 BOD
 $180x + \gamma = 2370$

Vanjski kut γ manji je od 180° . Budući da je x prirodan broj, onda je i γ prirodan broj. 2 BODA

Zadnji zapis možemo pročitati na sljedeći način: Pri dijeljenju 2370 sa 180 količnik je x , a ostatak γ . 2 BODA

Prema tome, $x = 13$, $\gamma = 30^\circ$ 1 BOD

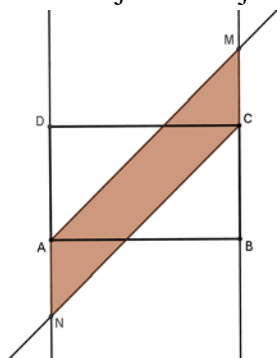
Mnogokut ima 13 stranica 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. Kako je $ABCD$ pravokutnik i AM simetrala kuta $\sphericalangle DAB$, onda je $|\sphericalangle MAB| = 45^\circ$ pa je trokut $\triangle ABM$ jednakokračan pravokutan. 2 BODA

Zato je $|MC| = |BM| - |BC| = 5 - 3 = 2\text{cm}$. 1 BOD

Analogno se pokaže da je $\triangle CDN$ jednakokračan pravokutan i $|AN| = 2\text{cm}$. 1 BOD



S obzirom da je $|AB| = |CD| = 5$, $|\sphericalangle ABM| = |\sphericalangle CDN| = 90^\circ$ i $|BM| = |DN| = 5$, prema poučku S-K-S o sukladnosti slijedi $\triangle ABM \cong \triangle CDN$. 2 BODA

Iz sukladnosti slijedi $|AM| = |CN|$ pa četverokut $ANCM$ ima oba para nasuprotnih stranica jednakih duljina što znači da je paralelogram. 2 BODA

Zato za površinu P paralelograma $ANCM$ vrijedi $P = |AN| \cdot |AB| = 2 \cdot 5 = 10\text{ cm}^2$. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA